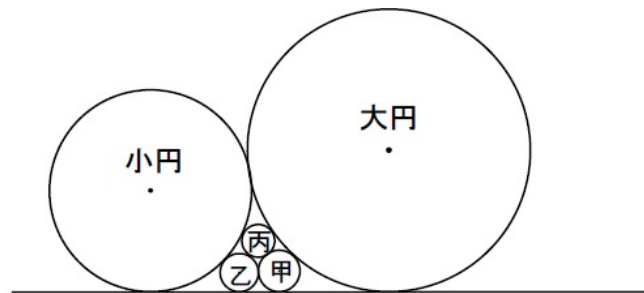


令和5年7月の問題-No.1

問題

出題図を図1に示す。



図のように、直線上に大小2円が接しています。2円と直線が作るうろこ形の空間に、甲、乙、丙の3円を互いに接して容れます。

甲円の直径が45寸、乙円の直径が40寸のとき、丙円の直径は何寸でしょうか？

「神壁算法（じんぺきさんぼう）」 第52問 から作成

図1 出題図

解答

図2のような座標を考え、甲乙丙小大円の中心と半径をとると、それぞれの円が外接することから以下の式が成立する。

$$(a_1 - a_2)^2 + (r_1 - r_2)^2 = (r_1 + r_2)^2 \quad (1)$$

$$(a_1 - a_3)^2 + (r_1 - b_3)^2 = (r_1 + r_3)^2 \quad (2)$$

$$(a_1 - a_5)^2 + (r_1 - r_5)^2 = (r_1 + r_5)^2 \quad (3)$$

$$(a_2 - a_3)^2 + (r_2 - b_3)^2 = (r_2 + r_3)^2 \quad (4)$$

$$(a_2 - 0)^2 + (r_2 - r_4)^2 = (r_2 + r_4)^2 \quad (5)$$

$$(a_3 - 0)^2 + (b_3 - r_4)^2 = (r_3 + r_4)^2 \quad (6)$$

$$(a_3 - a_5)^2 + (b_3 - r_5)^2 = (r_3 + r_5)^2 \quad (7)$$

$$(a_5 - 0)^2 + (r_5 - r_4)^2 = (r_5 + r_4)^2 \quad (8)$$

これらを解くと、

$a_1 = 90\sqrt{2}, a_2 = 60\sqrt{2}, a_3 = 72\sqrt{2}, b_3 = 54, r_3 = 18, r_4 = 90, a_5 = 180\sqrt{2}, r_5 = 180$ を得る。よって、丙円の直径は $2r_3 = 36$ 寸となる。

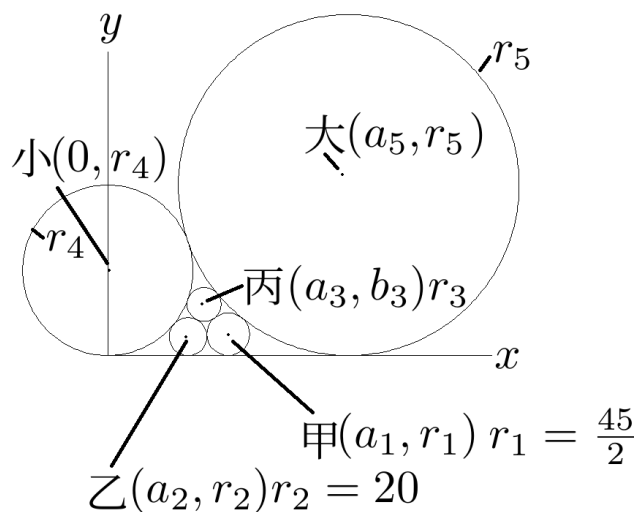


図2