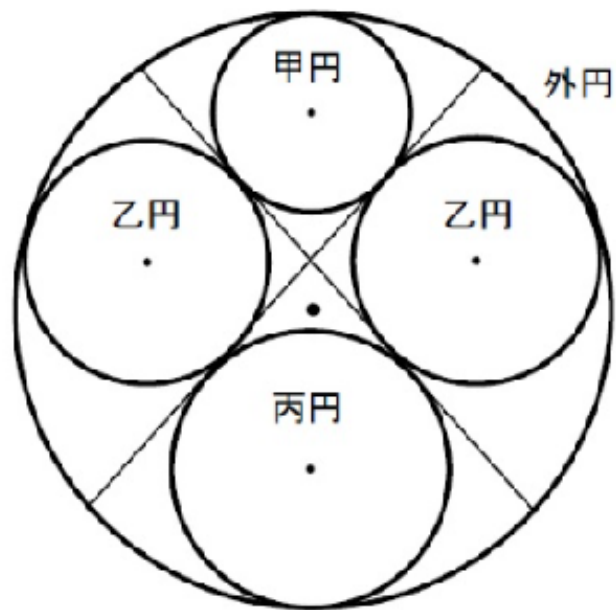


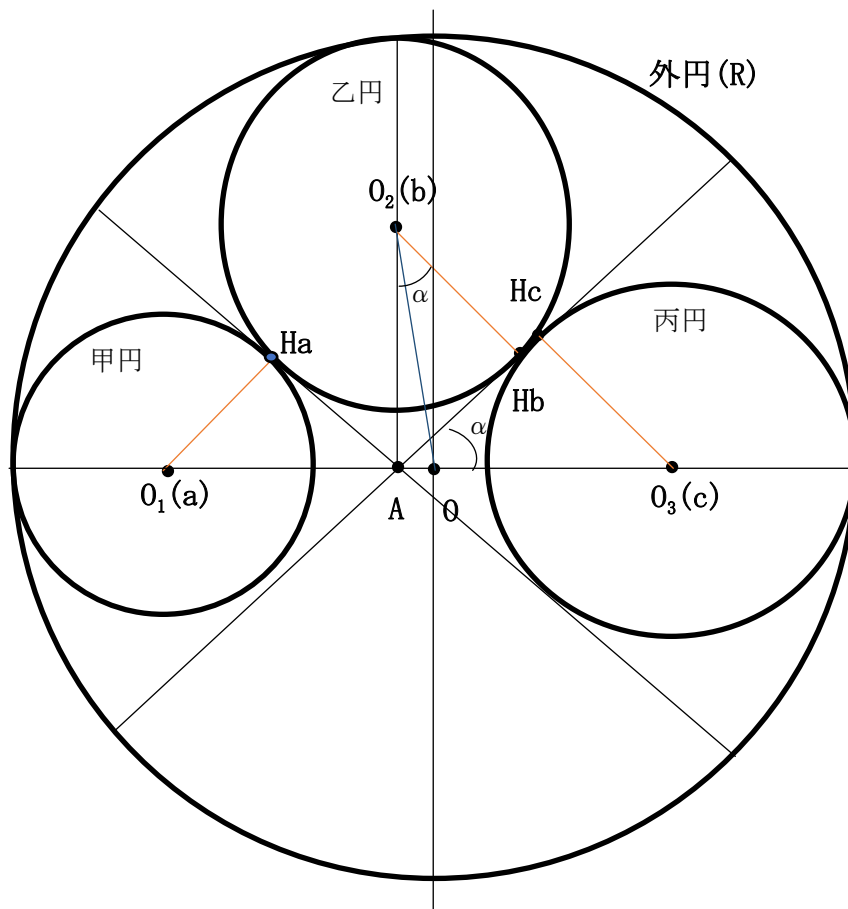
8月問題 No. 1



図のように、外円内を2本の斜で区分し、  
甲円1個、乙円2個、丙円1個を容れます。

外円の直径が60寸、甲円の直径が20寸、  
丙円の直径が28寸のとき、乙円の直径は何  
寸でしょうか？

「神算算法（じんぺきさんぽう）」 第54問 から作成



反時計方向に 90° 回転した図

(解答)

外円の半径を  $R$ , 甲円の半径を  $a$ , 乙円の半径を  $b$ , 丙円の半径を  $c$  とする。問題の図を  $90^\circ$  反時計方向に回転した図を上図に示す。

ステップ1(  $(AO_3)$  及び  $(AO)$  の長さを求める)

$\triangle O_1AHa \sim \triangle O_3AHc$  より、相似比を  $k = a/c$ ,  $(AO_3) = t$  とおくと、外円の直径は次式で表される。

$$2 * R = a + k * t + t + c$$

$t$  について解くと、

$$t * (1 + k) = 2 * R - a - c$$

$\therefore$

$$t = (2 * R - a - c) / (1 + k) = c * (2 * R - c - a) / (c + a) \quad \cdots \textcircled{1}$$

となる。また、図より

$$(AO) = (t + c) - R$$

$$\begin{aligned}
&= \{ c * ( 2 * R - c - a ) / ( c + a ) + c \} - R \\
&= ( 2 * R * c - c^2 - a * c + c^2 + a * c - R * c - R * a ) / ( c + a ) \\
&= R * ( c - a ) / ( c + a ) \qquad \dots \textcircled{2}
\end{aligned}$$

ステップ2( AO<sub>2</sub>の長さを求める)

△O<sub>2</sub>AHb ∽ △O<sub>3</sub>AHc より、

$$( c ) / ( AO_3 = t ) = ( AHb ) / ( AO_2 )$$

であるから、

$$( AO_2 ) = ( AHb ) * ( t / c )$$

となる。ここで、

$$( AHb )^2 = ( AO_2 )^2 - b^2$$

であるから、

$$( AO_2 ) = b / \sqrt{ 1 - ( c / t )^2 } \qquad \dots \textcircled{3}$$

となる。

ステップ3(乙円半径bを計算する)

3 平方の定理より、

$$( OO_2 )^2 = ( AO )^2 + ( AO_2 )^2$$

$$( R - b )^2 = R^2 * ( c - a )^2 / ( c + a )^2 + b^2 / \{ 1 - ( c / t )^2 \}$$

上式の t に①式、(AO)に②式を適用し、当該問題の題意から、甲円半径 a=20/2 = 10 寸、丙円半径 c=28/2 =14 寸、外円半径 R=60/2 =30 寸を当てはめ、bについて解くと、

$$b = 12.5000 \text{ 寸}$$

を得る。従って、乙円の直径は 2\*b = 25.000 寸となる。

( 答 乙円径 25.000 寸 )