

群和研・令和5年9月の問題 - No.1

問題

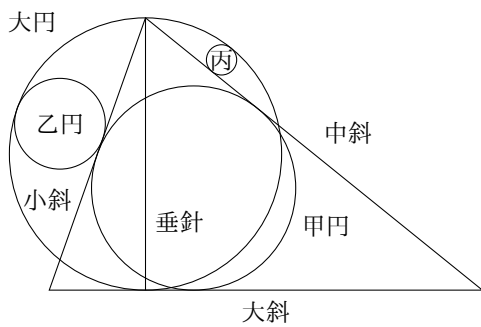
図のように三角形の内外に4つの円を書きます。小斜と中斜がつくる頂点から、大斜へ垂線を下し、これを仮に垂針と呼びます。

大円は垂針を直径とします。甲円は三角形の内接円で、乙円は小斜に接し、大円に内接します。丙円は中斜に接し、大円に内接します。

大円の直径が36寸、乙円の直径が12寸、丙円の直径が4寸のとき、甲円の直径は何寸でしょうか？

『神壁算法』 第60問 から作成

図



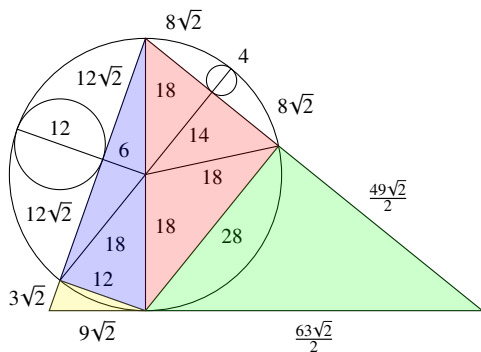
解法

①大斜，中斜，小斜を求める。各三角形は、

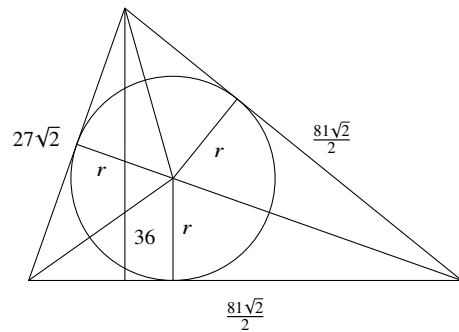
- 青，黄，赤，緑：直角三角形
- 青と黄，赤と緑：相似

より，三平方の定理から，各寸法は下図となる。

(甲円は非表示)



②甲円の半径  $r$  を求める。



三角形の面積  $S$  は、

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{81\sqrt{2}}{2} \cdot 36 = 729\sqrt{2}$$

また、

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{81\sqrt{2}}{2} + \frac{81\sqrt{2}}{2} + 27\sqrt{2} \right) \cdot r = 54\sqrt{2}r$$

よって、

$$r = \frac{729\sqrt{2}}{54\sqrt{2}} = \frac{27}{2}r$$

以上により，甲円の直径は， $2r = 27$  寸と求まる。

答え

甲円の直径 = 27 寸