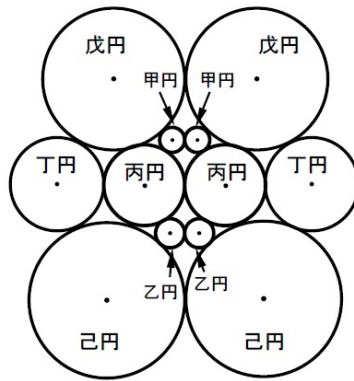


# 令和5年11月の問題-No.1

## 問題

出題図を図1に示す。



図のように、互いに接する12個の円があります。  
同じ名前の円は、2つの甲円の接点と2つの乙円の接点を通る直線を線対称の軸として、対称な位置にあります。  
甲円の直径が43寸7分5厘(43.75寸)、乙円の直径が51寸零3厘(51.03寸)、丙円の直径が1百41寸7分5厘(141.75寸)のとき、  
丁円の直径は、何寸でしょうか？(寸を単位として少数第2位まで求めて下さい。)

「神變算法(じんへきさんぽう)」 第32問 から作成

図1 出題図

## 解答

図の対称性より右半分を考えればよい。図2のように、線対称の軸を  $y$  軸とし、丙円中心を  $x$  軸上にとる座標系を考える。

丙円直径が 141.75 寸であるから、半径は 70.875 寸、丙円中心の座標は (70.875,0) となる。甲円の半径は 21.875 寸であるので、甲円中心の  $x$  座標は 21.875 になる。甲円中心の  $y$  座標を  $b$  とすれば、丙円との接触関係より以下の式が成立する。

$$(21.875 - 70.875)^2 + (b - 0)^2 = (21.875 + 70.875)^2 \quad (1)$$

これを解いて適する解として  $b = 78.75$  を得る。甲円中心は (21.875,78.75) となる。同様にして乙円中心を求めれば、乙円中心は (25.515,-85.05) となる。

続いて戊円の中心と半径を求める。戊円の半径を  $r_4$ 、中心座標を  $(r_4, b_4)$  とすると、甲丙との外接条件より以下の式が成立する。

$$(21.875 - r_4)^2 + (78.75 - b_4)^2 = (21.875 + r_4)^2 \quad (2)$$

$$(70.875 - r_4)^2 + (0 - b_4)^2 = (70.875 + r_4)^2 \quad (3)$$

これを解いて、戊円の中心は (110.7421875, 177.1875)、半径は 110.7421875 となる。同様に己円中心を求めると (159.46875, -212.625)、半径は 159.46875 となる。

最後に、丁円の半径を  $r_6$ 、中心を  $(a_6, b_6)$  とすれば、丙戊己円との外接関係から以下の式が成立する。

$$(70.875 - a_6)^2 + (0 - b_6)^2 = (70.875 + r_6)^2 \quad (4)$$

$$(110.7421875 - a_6)^2 + (177.1875 - b_6)^2 = (110.7421875 + r_6)^2 \quad (5)$$

$$(159.46875 - a_6)^2 + (-212.625 - b_6)^2 = (159.46875 + r_6)^2 \quad (6)$$

これを解いて丁円の中心は (222.075, 20.25)、半径は 81.675 寸となる。よって丁円の直径は  $81.675 \times 2 = 163.35$  寸となる。

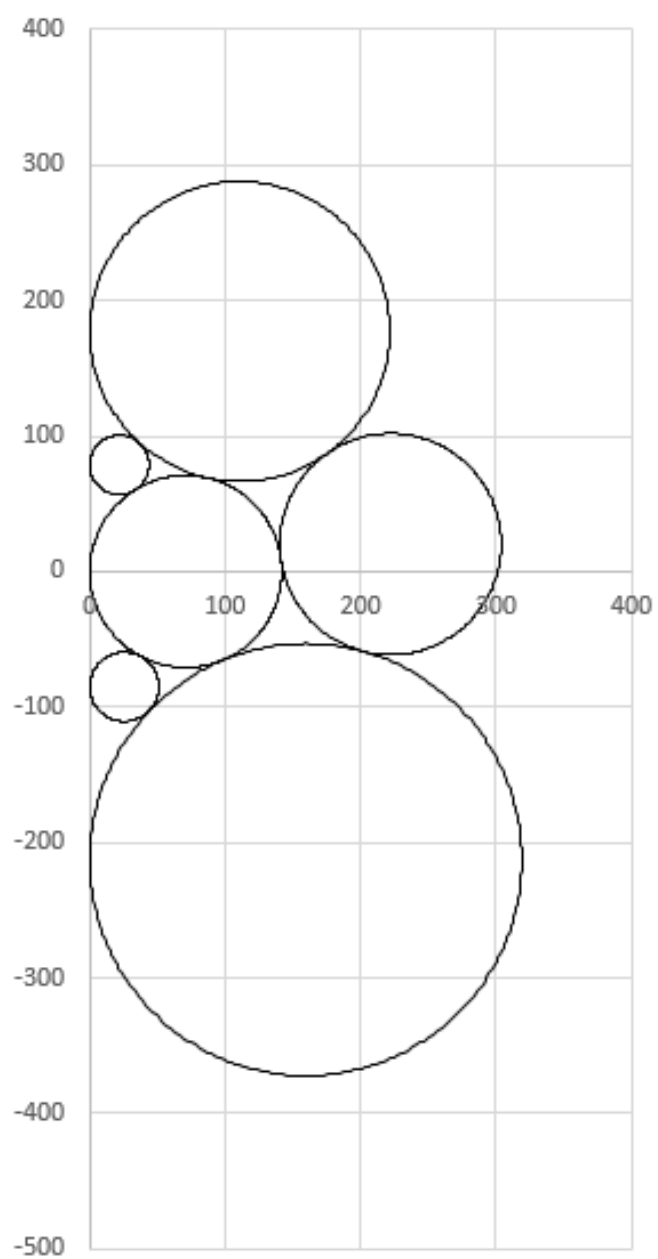


图 2