

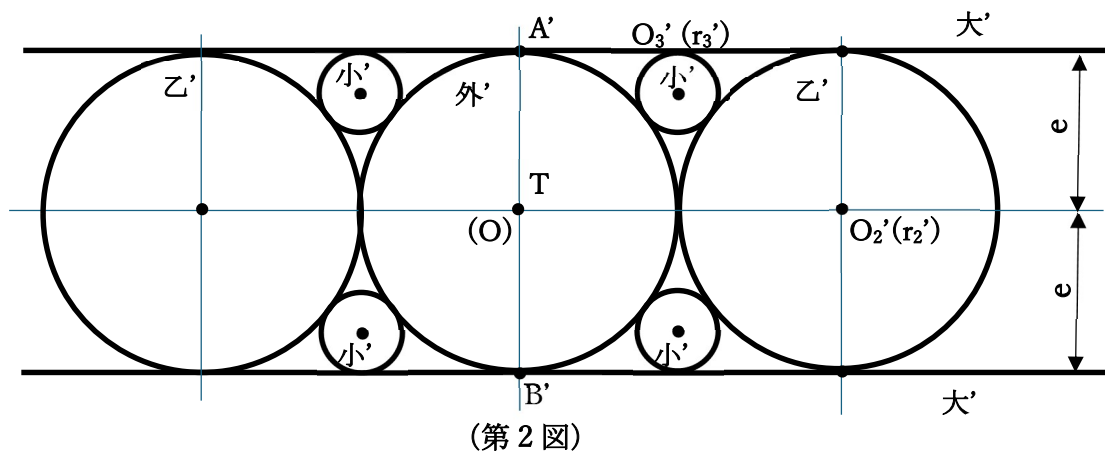
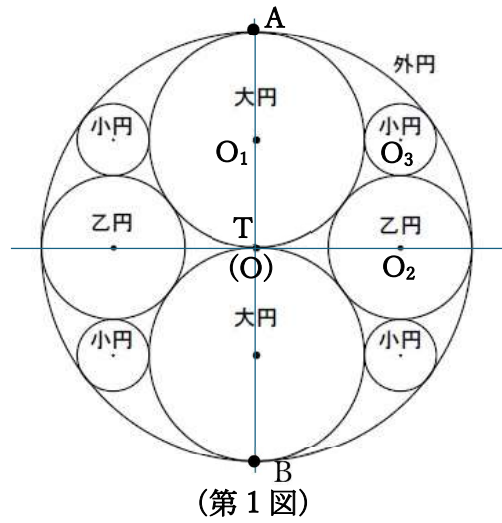
図のように、外円の中に大円2個、中円2個、小円4個  
があります。

外円の直径を6寸とするとき、小円の直径は何寸でし  
ょうか？

福徳神社 新算額2 第1問 から作成

(埼玉の算額108 加須市駒西 玉敷神社 第15問)

## 2月問題1



(解答)

外円、大円、乙円、小円の半径をおのおの  $R, r_1, r_2, r_3$  とし、各円の中心を  $O, O_1, O_2, O_3$  とする。そして、大円と大円の接点を  $T$  とし、点  $T$  を中心に反転する。反転円の半径は  $k = 1$  とする。すると、反転の定義より、

$$(TA)(TA') = k^2 = 1 \quad \therefore (TA') = \frac{k^2}{(TA)} = \frac{1^2}{2r_1} = \frac{1^2}{R}$$

となる。また、 $(TA') = e$  とおく。

ステップ1 (Tより  $O_3'$ に引いた接線の長さを求める)

反転中心  $T$  から小'円に引いた接線の長さ ( $t$ ) を求める。まず、はじめに  $r_3'$  を求める。第2図より、

$$2e = 2(2\sqrt{er_3'})$$

$$e^2 = 4er_3'$$

$$r_3' = \frac{e}{4}$$

よって、

$$(t)^2 = e^2 + (e - r_3')^2 - r_3'^2$$

$$= e^2 + e^2 - 2e \frac{e}{4} + \frac{e^2}{16} - \frac{e^2}{16}$$

$$(t)^2 = \frac{3}{2}e^2$$

ステップ 2 (小円径を求める)

反転基本式また外円  $R=6/2$  より、

$$r_3 = \frac{(k)^2 e}{(t)^2 4} = \frac{2 e}{3e^2 4} = \frac{1}{6e} = \frac{1}{6}R = \frac{1}{2}$$

となる。従って、小円の直径は  $2r_3 = 1$  寸となる。

(答 小円直径 1 寸)