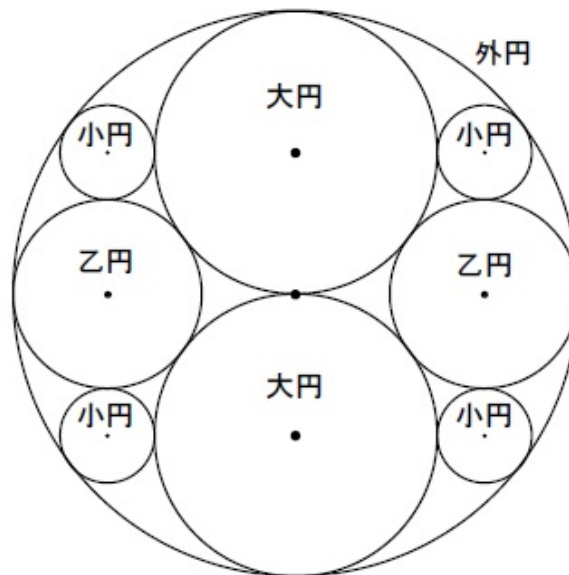


令和6年2月の問題-No.1

問題

出題図を図1に示す。



図のように、外円の中に大円2個、中円2個、小円4個があります。

外円の直径を6寸とするとき、小円の直径は何寸でしょうか？

福德神社 新算額2 第1問 から作成

(埼玉の算額108 加須市騎西 玉敷神社 第15問)

図1 出題図

解答

図 2 に示す座標系で考える。図の対称性より第一象限の小円の径を求めればよい。外円の半径は 3 寸なので、大円の半径は 1.5 寸、上側の大円の中心点 A は $A(0, 1.5)$ となる。中円の半径を r_1 とすれば、中円の中心点 B は $B(3 - r_1, 0)$ であり、直角三角形 OAB に三平方の定理を用いて

$$(1.5 + r_1)^2 = 1.5^2 + (3 - r_1)^2 \quad (1)$$

が成立する。これを解いて $r_1 = 1$ を得る。

小円の中心 C と半径を $C(a, b), r$ とする ($a, b, r > 0, r < 3$)。小円が大円と中円に外接し、外円に内接することから、 a, b, r は以下の式を満たす。

$$(a - 0)^2 + (b - 1.5)^2 = (1.5 + r)^2 \quad (2)$$

$$(a - 2)^2 + (b - 0)^2 = (1 + r)^2 \quad (3)$$

$$a^2 + b^2 = (3 - r)^2 \quad (4)$$

これを解いて $a = 2, b = 1.5, r = 0.5$ を得る。よって小円径は 1 寸となる。

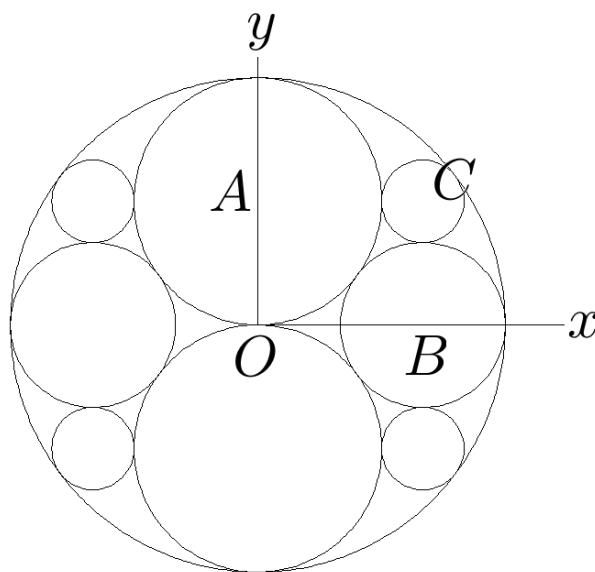


図 2