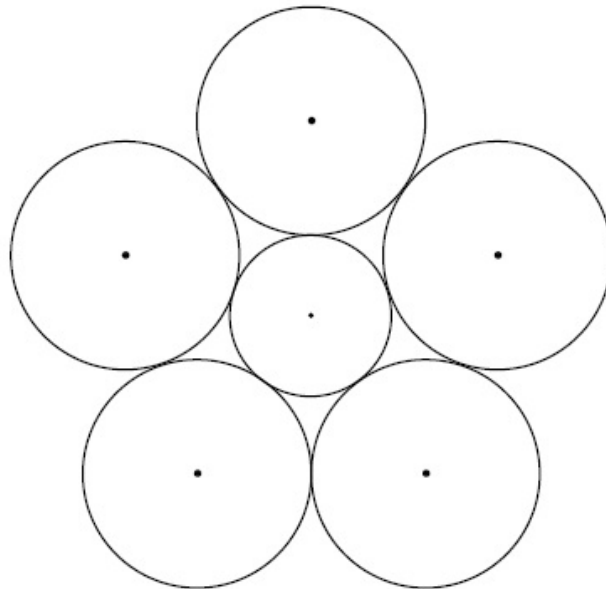


令和6年2月の問題-No.2

問題

出題図を図1に示す。



図のように、中円のまわりに、等円5個があります。
中円の直径が、17、55寸のとき、等円の直径は何寸
でしょうか？

福德神社 新算額2 第2問 から作成
(埼玉の算額87 加須市大越 天神社 第1問)

図1 出題図

解答

中円の半径は $\frac{17.55}{2}$ 寸である。等円の半径を r とする。隣り合う等円の中心と中円の中心で頂点を構成する三角形を考えると、中円の中心を頂点とする角は $360^\circ / 5 = 72^\circ$ となる。よってこの三角形に余弦定理を適用すれば

$$(2r)^2 = \left(r + \frac{17.55}{2}\right)^2 + \left(r + \frac{17.55}{2}\right)^2 - 2\left(r + \frac{17.55}{2}\right)\left(r + \frac{17.55}{2}\right) \cos 72^\circ \quad (1)$$

が成立する。これを r について解く。 $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ であることを用いて解けば、

$$r = \frac{17.55\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2(4-\sqrt{10-2\sqrt{5}})} \quad (2)$$

を得る。よって等円の直径 D は

$$D = 2r = \frac{17.55\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}} \quad (3)$$

となる。近似値として $D \doteq 25.0248959677$ 寸である。