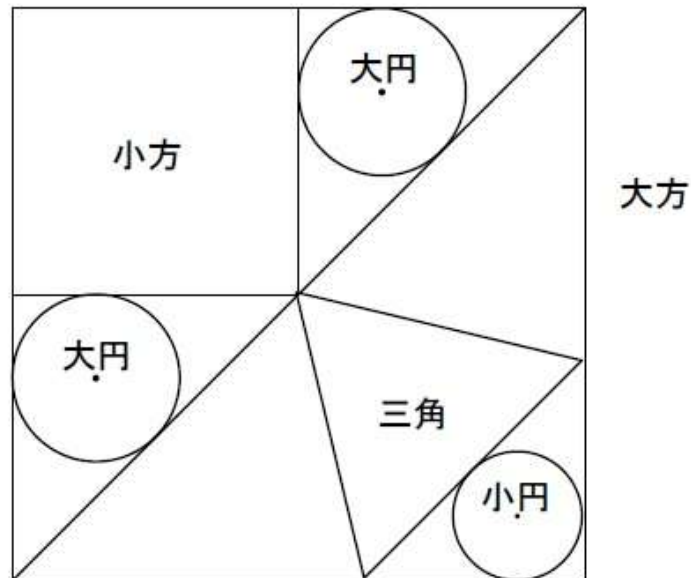


令和6年3月の問題-No.2

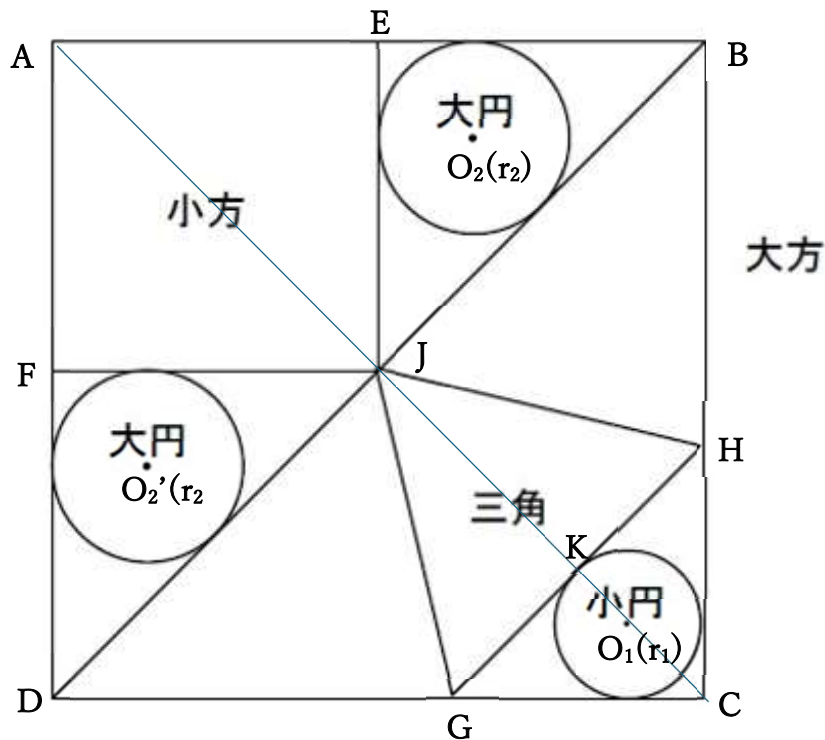


図のように、正方形（大方）の中に対角線と小さい正方形（小方）および正三角形（三角）と大小の円があります。

小円の直径を1寸とすると、大円の直径は何寸でしょうか？

$\sqrt{3} \approx 1.7321$ を使い、少数点以下3位まで

求めて下さい。



(解)

正方形の一辺の長さを a 、小円、大円の半径をおのおの r_1, r_2 とする。すると、 $\triangle CHG \sim \triangle BEJ$ より、

$$\frac{GH}{r_1} = \frac{BJ}{r_2} \quad \therefore r_2 = (BJ) \frac{r_1}{GH} = \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{r_1}{2(1 + \sqrt{2})r_1} = \frac{a}{2(2 + \sqrt{2})} \quad \dots (1)$$

となる。また、

$$\begin{aligned} (AC) &= (AJ) + (JK) + (KO_1) + (O_1C) = \sqrt{2}a \\ &= \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2(1 + \sqrt{2})r_1 + r_1 + \sqrt{2}r_1 \end{aligned}$$

上式を整理すると、

$$a = \sqrt{2}(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})r_1 \quad \dots (2)$$

題意より、小円の半径は $r_1 = 0.5$ 寸であるから、正方形の一辺の長さ a は(2)式より、

$$a = \sqrt{2}(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(0.5) = 4.66390246 \quad \dots (3)$$

を得る。

(3)式を(1)式に代入し、大円の径を求める。

$$r_2 = \frac{a}{2(2 + \sqrt{2})} = \frac{4.66390246}{2(2 + \sqrt{2})} = 0.6830127$$

従って、大円の直径 $2r_2$ は、

$$2r_2 = 1.3660254 \text{ 寸}$$

となる。

(答 大円直径 1.366 寸)