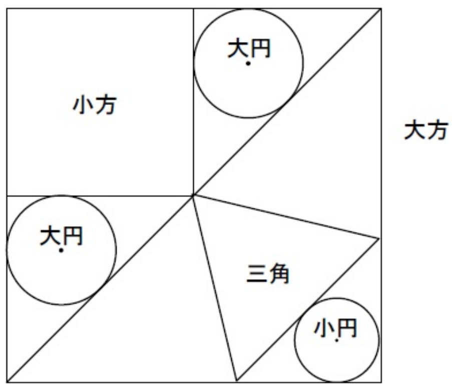
令和６年３月の問題-No.2

問題

出題図を図１に示す。



図のように、正方形（大方）の中に対角線と小さい正方形（小方）および正三角形（三角）と大小の円があります。

小円の直径を１寸とするとき、大円の直径は何寸でしょうか？

$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.7321$　を使い、少数点以下３位まで求めて下さい。

福徳神社　新算額２　第３問　　から作成

（埼玉の算額１０５ 加須市騎西　雷神社　第３問）

図１　出題図

解答

図 2 を用いて各頂点や円の中心の距離を考える。小円径が 1 寸なので $BC = r = \frac{1}{2}$ である。AB は一辺の長さが r の正方形の対角線なので $AB = \sqrt{2}r = \frac{\sqrt{2}}{2}$ となる。よって $AC = AB + BC = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$ となる。直角二等辺三角形の斜辺の関係から、$CD = CE = AC$ より $DE = 2AC = \sqrt{2}+1$ である。また、正三角形 DEF の高さ $CF = \frac{\sqrt{3}}{2}DE = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{2}$ となる。よって、$AF = AC + CF = \frac{1+\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{2} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+1)}{2}$ となる。直角二等辺三角形の斜辺の関係より $FH = AF$ である。$\triangle ADE \backsim \triangle GFH$ なので大円の直径は小円の直径の $\frac{FH}{DE}$ 倍で求められる。$\frac{FH}{DE} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ なので、小円径 1 寸より、大円径$=\frac{\sqrt{3}+1}{2} \times 1 \fallingdotseq \frac{1.7321+1}{2} \fallingdotseq 1.366$ 寸となる。

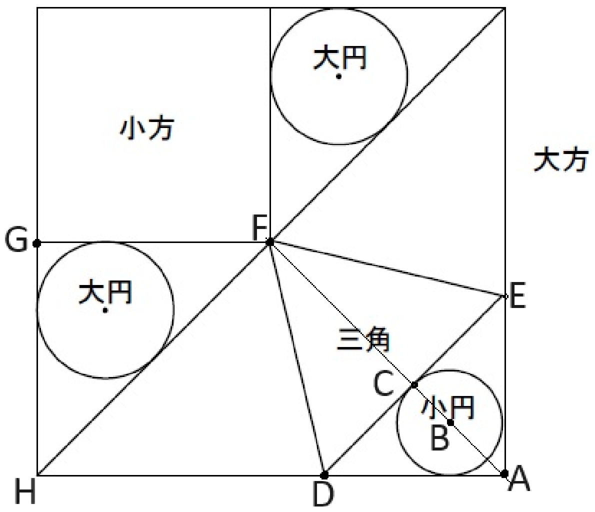


図 2