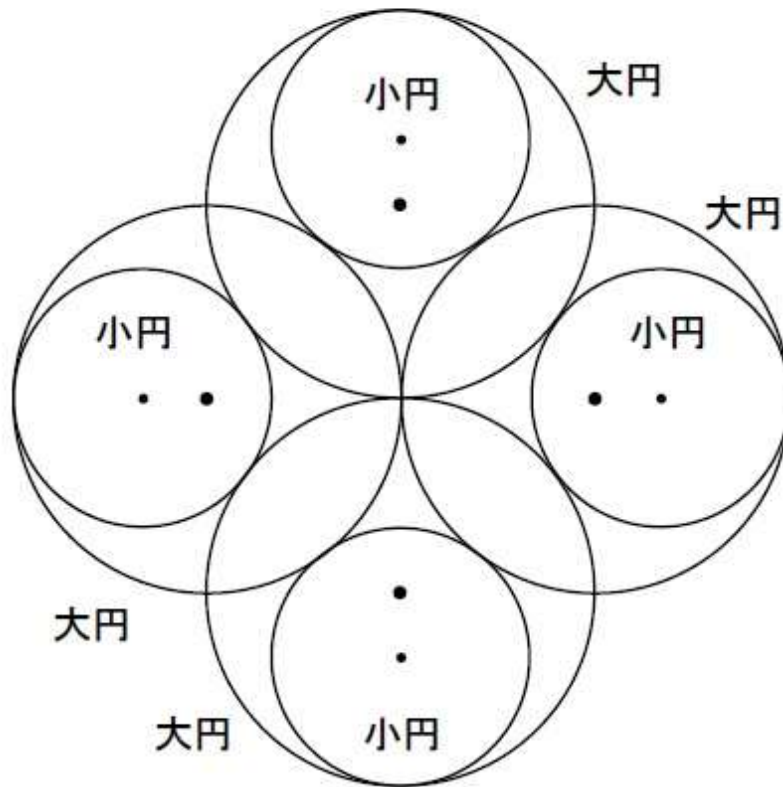


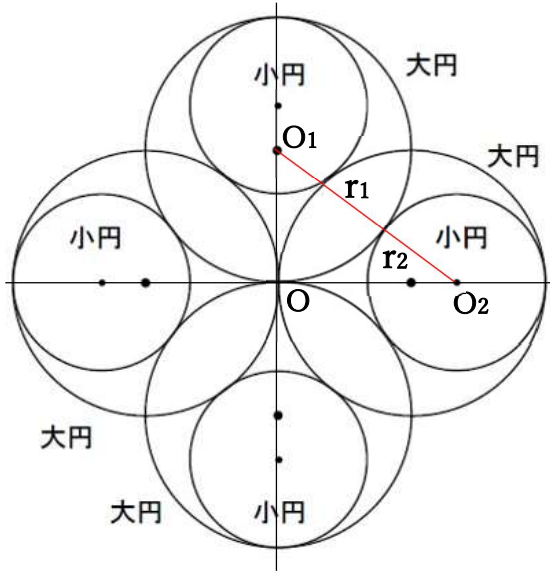
4月問題第1問



図のように、大円4個と小円4個が接しています。  
大円の直径を3寸とするとき、小円の直径は何寸でし  
ょうか？

(解)

大円、小円の半径をおのおの $r_1, r_2$ とする。線分 $OO_2$ の長さを $X$ とおき、三角形 $OO_1O_2$ に対し、3平方の定理を適用する。



$$\begin{aligned} X^2 &= (r_1 + r_2)^2 - r_1^2 \\ &= 2r_1r_2 + r_2^2 \end{aligned}$$

従って、

$$X = \sqrt{2r_1r_2 + r_2^2} \quad \dots(1)$$

となる。また、図より、以下の関係がある。

$$2r_1 = X + r_2 \quad \dots(2)$$

(1) 式を(2)式に代入し、 $r_2$ について解く。

$$2r_1 - r_2 = \sqrt{2r_1r_2 + r_2^2}$$

上式の両辺を平方する。

$$4r_1^2 - 4r_1r_2 + r_2^2 = 2r_1r_2 + r_2^2$$

$$4r_1^2 - 6r_1r_2 = 0$$

$$2r_1 = 3r_2$$

従って、小円の半径は、大円半径 $r_1=3/2$ 寸であるから、

$$r_2 = \frac{2}{3}r_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

となるので、小円の直径は $2r_2 = 2$ 寸となる。

(答 小円直径 2寸)