

飯塚文庫『関流段書見題部円類五十問本書』より

問題 2

図のように正方形内に斜線を引き、甲乙丙 3 円を容れる。
正方形の辺の長さ（方面）が 1 寸ならば甲円径はいくらか。

解法例

x — y 座標系を右図のように設定する。方面=1 寸、3 円の半径を甲= a 、乙= b 、丙= c 、斜線の傾きを $-m$ とする。各円の中心座標は図示したようになる。

上辺長： $b + c + 2\sqrt{bc} = 1$

$\therefore 4bc = (1 - b - c)^2$ ①

1. 甲円 $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$ と直線 $mx + y - m = 0$ が接する。

判別式 $D=0$ より、 $m = \frac{2a(1-a)}{1-2a}$ ②

2. 丙円中心と直線の距離 $\frac{mc+(1-c)-m}{\sqrt{m^2+1}} = c$
(丙円中心は正領域)

$\therefore c = (1 - m)/(\sqrt{m^2 + 1}) - m + 1$ ③

3. 乙円中心と直線の距離 $\frac{m(1-b)+(1-b)-m}{\sqrt{m^2+1}} = b$
(乙円中心は正領域)

$\therefore b = 1/(\sqrt{m^2 + 1}) + m + 1$ ④

③、④を①に代入後、②を代入すると、 a の 8 次式を得るが、4 次式 2 個に因数分解できる。その因数の中で甲円径 $A=2a$ として $0 < A < 0.5$ となるのは、

$7A^4 - 44A^3 + 84A^2 - 64A + 16 = 0$ ⑤

であり、これを解くと、甲円径は 0.4935 余寸 となる。

