

**問題**

図のように長方形の内外に4円を描く。  
 甲円径8寸、乙円径2寸のとき、  
 丙円径は幾らか。

乙

答え 1寸

**解法**

甲径  $a$ 、乙径  $b$ 、丙径  $x$

外径  $D$ 、上弦  $2X$ 、左弦  $2Y$  とする。

$$X = \frac{D}{2} - x \quad \text{①}$$

$$Y = \frac{D}{2} - b \quad \text{②}$$

方べきの定理から

$$X^2 = b(D - b)$$

$$\therefore b(D - b) = \left(\frac{D}{2} - x\right)^2 \quad \text{③}$$

$$D^2 - 4(x + b)D + 4(x^2 + b^2) = 0$$

大きい方の根を採り、

$$\therefore D = 2(\sqrt{2bx} + x + b) \quad \text{④}$$

図中心部の小三角形について  
 三平方の定理より

$$\left(\frac{D-a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} - X\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - Y\right)^2$$

①、②を代入し、

$$D^2 - 2(2x + 2b + a)D + 4x^2 + 4ax + 4b^2 + 4ab + a^2 = 0 \quad \text{⑤}$$

④を代入し、整理すると、

$$4\sqrt{2bx} - a = 0 \quad \text{⑥}$$

よって 丙円径は  $x = \frac{a^2}{32b} = \frac{\text{甲}^2}{32 \text{乙}}$  となり、 甲=8寸、乙=2寸で丙=1寸を得る。

