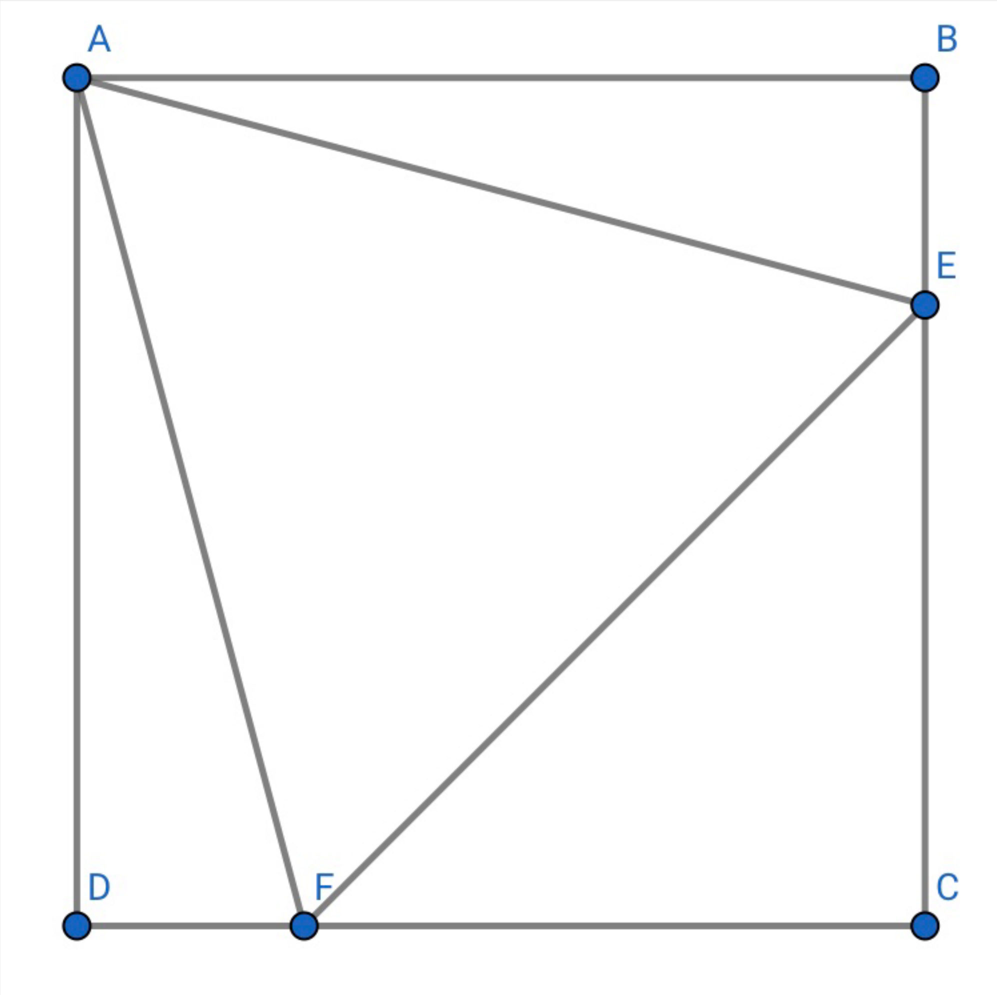
令和４年５月の問題 - No.1



図の右下, 4 分の 1 のみを図示する

以下のように記号を設定する

A : 正方形の重心

E, F : 正六角形の頂点

AE, AF : 補助線

$AB = BC = CD = DA = x \quad (x > 0)$

$BE = ax \quad (0 < a < 1)$

$DF = bx \quad (0 < b < 1)$

$\triangle AEF$ は, 正三角形のため

$AE = AF = EF = y \quad (y > 0)$

直角三角形に各々, 三平方の定理を用いると

$\triangle ABE : y^2 = x^2 + (ax)^2 \cdots$ ①

$\triangle ADF : y^2 = x^2 + (bx)^2 \cdots$ ②

$\triangle ECF : y^2 = (x - ax)^2 + (x - bx)^2 \cdots$ ③

①②より $a = b$ となり, $BE = DF$ となるため
図は対角線AC に対し, 線対称と分かる

①③に $a = b$ を代入し, a を求めると

$a^2 - 4a + 1 = 0 \ \rightarrow \ a = 2 \pm \sqrt{3}$

$\therefore \ a = 2 - \sqrt{3} \quad (0 < a < 1)$

①に a を代入し, y を求めると

$y^2 = 4(2 - \sqrt{3})x^2$

$\therefore \ y = 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})}x \quad (y > 0)$

(六角形の 1 辺) $= y$, (正方形の 1 辺) $= 2x$ から

(六角形の 1 辺) $= \sqrt{(2 - \sqrt{3})}$ (正方形の 1 辺)

(正方形の 1 辺) $= 1219$ より

(六角形の 1 辺)

$= 1219\sqrt{(2-\sqrt{3})} = 631.000832\ldots \fallingdotseq 631$

答え

(六角形の 1 辺) $= 1219\sqrt{(2-\sqrt{3})} \fallingdotseq 631$ 寸

(六角形の 1 辺) $= \sqrt{(2-\sqrt{3})}$ (正方形の 1 辺)