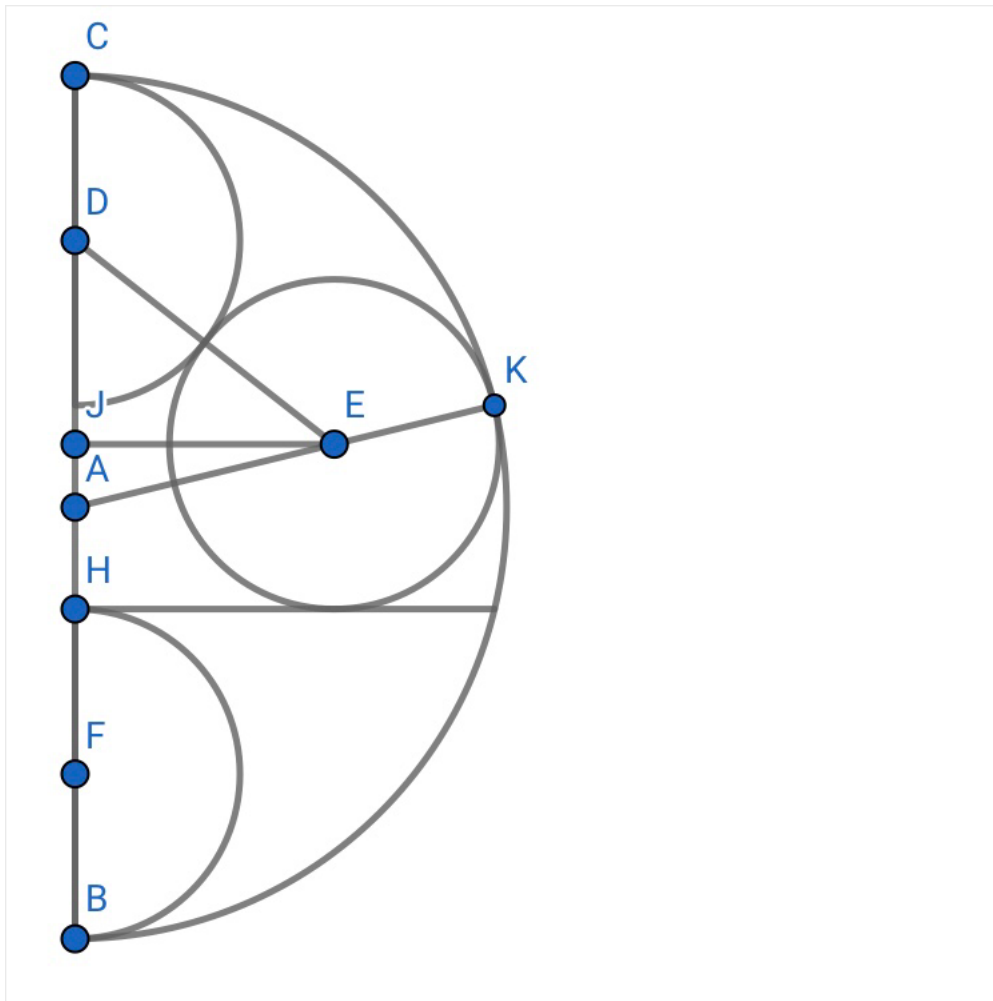


令和4年5月の問題 - No.2



図は左右対称のため、右半分のみを図示する

以下のように記号を設定する

A : 外円の中心

D, E, F : 小円の中心

H : 横線と BC の交点

J : E から BC への垂線の足

外円の半径

$$AB = AC = AK = r \quad (r > 0)$$

小円の半径

$$BF = FH = CD = EK = HJ = ar \quad (0 < a < 1)$$

直角三角形 $\triangle AEJ$ にて

$$AE = AK - EK = (1 - a)r$$

$$AJ = HJ - AH = HJ - (AB - BF - FH) = (3a - 1)r$$

直角三角形 $\triangle DEJ$ にて

$$DE = 2ar$$

$$DJ = AC - AJ - CD = (2 - 4a)r$$

直角三角形 $\triangle AEJ$ と $\triangle DEJ$ に共通する EJ に対し
三平方の定理を適用すると

$$AE^2 - AJ^2 = DE^2 - DJ^2 \quad (= EJ^2)$$

各式を代入し, a を求めると

$$\{(1 - a)r\}^2 - \{(3a - 1)r\}^2 = \{2ar\}^2 - \{(2 - 4a)r\}^2$$

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad a = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore a = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad (0 < a < 1)$$

各々の直径

$$(\text{外円の直径}) = (\text{外円径}) = 2r = 10$$

$$(\text{小円の直径}) = (\text{小円径}) = 2ar$$

答え

$$(\text{小円径}) = 5(3 - \sqrt{5}) = 3.819660 \dots \approx 3.8 \text{ 寸}$$

$$(\text{小円径}) = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} (\text{外円径})$$