

令和4年10月の問題 - No.2

問題

図のように団扇（外円）の中に甲円と乙円が容れてある。

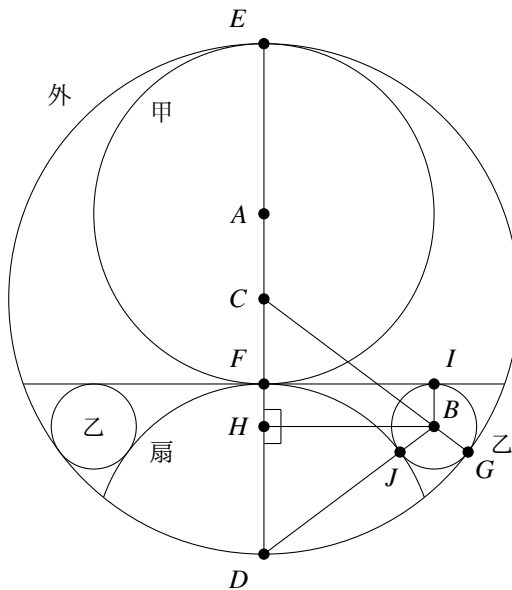
甲円径を a 寸，乙円径を b 寸とすると、外円径を a と b で表せ。

式： 外円径 = ?

図

外円径（外円の直径）を c 寸，扇形の半径を d 寸とする。図は，下記の値で作図したものである。

- ・ 甲円の直径 $(a) = 2$
- ・ 乙円の直径 $(b) = 0.5$
- ・ 外円の直径 $(c) = 3$
- ・ 扇形の半径 $(d) = 1$



解法

直角三角形 $\triangle DBH$ と $\triangle CBH$ の共通する垂線の足 BH に対し，三平方の定理を用いる。

$\triangle DBH$ の2辺

$$\begin{aligned} \text{底辺} : DH &= DF - FH \\ &= (DE - EF) - IB = (c - a) - \frac{b}{2} \end{aligned}$$

$$\text{斜辺} : DB = DJ + JB = DF + JB = (c - a) + \frac{b}{2}$$

$\triangle CBH$ の2辺

$$\begin{aligned} \text{底辺} : CH &= CD - DH = \frac{c}{2} - \left((c - a) - \frac{b}{2} \right) \\ &= a - \frac{c - b}{2} \end{aligned}$$

$$\text{斜辺} : CB = CG - BG = \frac{c - b}{2}$$

三平方の定理より

$$DB^2 - DH^2 = CB^2 - CH^2 = (BH^2)$$

$$\begin{aligned} \left((c - a) + \frac{b}{2} \right)^2 - \left((c - a) - \frac{b}{2} \right)^2 \\ = \left(\frac{c - b}{2} \right)^2 - \left(a - \frac{c - b}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore c = \frac{a(a - b)}{a - 2b}$$

答え

$$\text{外円径} = \frac{a(a - b)}{a - 2b} \text{ 寸}$$