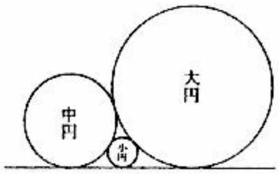
サンプル

幸宮神社　　　全3問中の第２問　（群馬の算額　４１）

〔問　題〕



今有如図直線載大中二個其交罅容小円大径三十六寸中円径九寸小円径問幾何

答曰　小円径　四寸

術曰　置大円径乗中径名天　開平方倍而加大中径和以除天絵小径合問

〔題　意〕

いま，図のように直線上に大中２円が載っていて，その隙間に小円を容れる．大円径（直径）＝３６寸，中円径＝９寸であるとき，小円径を求めよ．

〔答　え〕

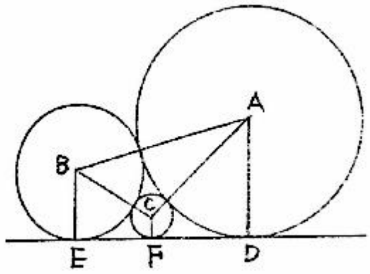
小円径　４寸

〔術文の現代的表現〕

大・中＝天　とおくと

$$小円形 = \frac{天}{2\sqrt{天}+大+中} = \frac{大中}{(\sqrt{大}+\sqrt{中})^2}$$

〔現代的解法〕



大円径（A）＝２a，中円径（B）＝２b，小円径（C）＝２x　とおき，各円と直線との接点をそれぞれD，E，Fとすると，

DE＝DF＋FE

$$\therefore 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{ax} + 2\sqrt{bx} \quad (公式)$$

$$\therefore \sqrt{x} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\therefore 2x = \frac{2a \cdot 2b}{(\sqrt{2a}+\sqrt{2b})^2}$$

これは，(術文）の式◎と一致する．

条件より，２a＝３６，２b＝９であるから，

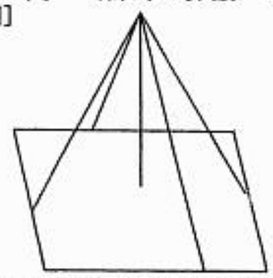
$$小円径 = \frac{36 \times 9}{(\sqrt{36}+\sqrt{9})^2} = 4 \quad (寸)$$

したがって，（答曰）（術曰）ともに正しい．

SAMPLE　　吾妻神社

全2問中の第２問　（群馬の算額　７１）

［問題文と図］



今有如図直拗錐直長若干平若干高若干問積
得術如何
答曰　如左術
術曰　直長平高連乗四除之得積合問

［題　意］

今図のように捩れた四角錐がある。底面の長方形の縦横と高さが分かっているとき体積を求めよ。

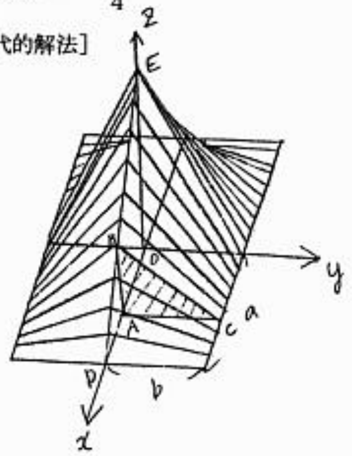
［答　え］

左（下記）の術通り

［術文の現代的表現］

$$体積=\frac{長・短・高}{4}$$

［現代的解法］



底面の長方形の縦（長）＝２ a, 横(短)＝２ b ,
高さ＝hとおく。
左図のように平面 $x=x'$ で切ると、切り口は直角三角形 ABC となる。ところで AB と OE は平行であるから、

AB : OE=AD : OD

$$\therefore AB=\frac{OE\cdot AD}{OD}=\frac{h(a-x)}{a}$$

よって、△ ABC の面積は

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC=\frac{bh(a-x)}{2a}$$

従って求める体積は

$$V=4\int_0^a\frac{bh(a-x)}{2a}dx=\frac{2bh}{a}\int_0^a(a-x)dx=\frac{2bh}{a}\left[ax-\frac{1}{2}x^2\right]_0^a$$
$$=\frac{2bh}{a}(a^2-\frac{1}{2}a^2)$$
$$=abh$$

…①

ここで，$a=\frac{長}{2}$，を代入すれば $V=\frac{長・短・高}{4}$ となり

術文と一致する．