はじめに

天明元年(1781)、関流宗統四伝藤田貞資は『精要算法』上中下三巻を刊行するが、これは藤田にとって初めての算術書の出版であった。同書の上・中巻には庶民が日常生活で使う具体的な問題を多数配置した。社会生活への配慮である。下巻には当時の和算家が好んで研究していた図形問題を中心とする算題が並んだ。数学を専門とする人たちへの出題である。こうした編集方針が話題を呼んだのであろう、同書は忽ち名著の評判を獲て、藤田の名声は全国にとどろき渡るようになった。その結果、藤田のもとへ全国から教えを乞わんとする人々が蝟集し、関流四伝の地位は不動のものとなった。また、藤田は教育者としても優れた手腕を発揮し、門下生が考案した算題を算額として全国の寺社仏閣に奉納させた。このことは 18 世紀末以降急速に拡がる算額奉納の先駆けとしての役割を果たすことになった。幕末和算の隆盛は『精要算法』の出版と藤田の人材育成によって可能になったと言っても過言ではないのである。

先に、田部井勝稲は『精要算法』下巻の問題の現代的解法と算額集『神壁算法』に載る幾つかの問題を紹介する一冊を出版した。本来は『精要算法』上中下三巻の現代的解法と藤田貞資の生涯と業績を含め同時刊行する予定で企画・編輯を進めていたが、諸般の事情から巻之下を先行させて上梓した。本書はそれに続くものとなる。本書上中巻あるいは下巻のみ読んでもそれで完結できるような構成としたが、両書を通読することで藤田貞資の和算に対する姿勢をより正確に感じ取れるようになると信ずるので、ぜひとも両書をお読みいただくことをお勧めしたい。

藤田の数学者としての業績はよく知られているが、意外なことに彼の生涯に関する著述は皆無に近い。偉大な数学者・数学教育者の事跡を、十全とは言わないまでも、ここにおいて公刊することは今後の研究の一歩になることは間違いない。また、和算史研究では多くの場合数学の問題に議論を集中しがちであるが、本書では『精要算法』の歴史的位置づけを考察する観点から序文、自叙、凡例なども注目して読み下し文とそれの注釈などを施した。数学史を歴史的に見ると言う視点である。

巻之下の幾何問題に対応する数学が上巻と中巻に収まる実用算術問題になる。『精要算法』の凡例で藤田が数学三用論を開陳したことは余りにも有名であるが、「無用の無用」を排除し、「有用の用」に従う問題を上・中巻に収めている。題材を日常生活に求めているが、計算はそんなに簡単ではない。日用の売買、相場割をかけ離れる高度な代数問題も含まれているのである。上・中巻で計算力と数学的洞察力を養い、その上で下巻の高度な「無用の用」の問題に進むよう工夫されている。

本書の執筆にあたって、小林が第 1 章の藤田貞資の生涯と業績と第 2 章の『精要算法』上巻の序文・凡例・跋文の解説を担当し、松本が上巻と中巻の数学問題の現代的解説を担当し、付録は主に田部井が担当した。分担作業ではあるが、本書に瑕疵があるとすればそれは共同の責任である。座して識者のご指正を俟ちたい。

令和 3 年 2 月　　　著者一同識

目　次

はじめに　1
口絵史料　2
目　　次　4
第 1 章　関流宗統四伝藤田貞資の生涯と業績　5
1.　藤田貞資の生涯　6
2.　宝暦 13 年の日食問題と藤田貞資の免許状　10
3.　久留米藩有馬家への奉職　16
4.　藤田貞資・嘉言の刊行著作と藤田家家蔵史料　19
4.1　『精要算法』　19
4.2　『神壁算法』と『増刻神壁算法』　21
4.3　『改正天元指南』　27
4.4　『続神壁算法』　30
4.5　藤田貞資の蔵書史料について　32
5.　関孝和百年忌と藤田貞資　38
6.　『精要算法』と関流・最上流論争　40
7.　藤田貞資と正多面体　45
8.　結びにかえて　47
第 2 章『精要算法』巻之上の序文・凡例・跋文の解説　53
凡例　54
1.　精要算法序（林信有）　54
2.　精要算法序（田中一貫夫）　55
3.　精要算法自叙（藤田貞資）　55
4.　凡例（藤田貞資）　58
5.　精要算法跋（安島直円）　62
第 3 章『精要算法』巻之上の問題と解説　63
はじめに　64
上・中巻の問題で必要な基本的事項　65
凡例　66
『精要算法』巻之上問題解説（全 32 問）　67
（写真）藤田雄山貞資　顕彰碑　100
第 4 章『精要算法』巻之中の問題と解説　101
『精要算法』巻之中問題解説（全 36 問）　102
付録　139
付録 1　算木による方程式の解法　140
付録 2　『精要算法』巻之上問題影印　156
付録 3　『精要算法』巻之中問題影印　166
参考文献　177
むすび　178

第１章　関流宗統四伝藤田貞資の生涯と業績

１．藤田貞資の生涯

藤田貞資(定資とも書く)は、享保 19 年（1734）9 月 16 日、武州男衾郡本田村（現在の埼玉県深谷市本田）にあって、本田縫殿右衛門親天の三男として誕生した。通称は始め順次、彦太夫を名乗り、後に権平と改称した。字は子證、号は雄山、また四乳主人とも呼んだ。最晩年は退道を名乗った。退道は全ての道から退くという心境からの命名であろう。文化 4 年(1807)8 月 6 日、74 歳で病没。亡骸は東京都新宿区四谷の西応寺に葬られ、法名は「證光院釈氏退道居士」。同寺には、貞資の墓碑と並んで息子の藤田嘉言龍川の墓石も建つ。

藤田貞資の学習歴は精しくは分からないが[1]、早くから算学と天文暦学に関心を抱いていたものと思われる。宝暦 6 年(1756)、23 歳にして、大和郡新荘藩永井信濃守の家臣藤田東馬定之家に養子入りをして公務に勤めるが、宝暦 12 年(1762)の 29 歳の時、老中松平右近将監[2]から公儀御用を命じられ、幕府天文方山路主住(1704～1772)の手伝いとして「作暦並び測量御用」に出役した。山路は関流宗統三伝を継ぐ大家であった。山路は寛延元年(1748)以来、幕府の命のもと天文方渋川六蔵則休(1717～1750)と西川忠次郎正休(1693～1756)に付き添って改暦御用に携わっていた。藤田が山路に入門した経緯や時期は不明だが、山路への入門許可は若年時代からの研鑽が認められてのことであろう。明和 4 年(1767)、「眼病」を理由に天文方御用を辞職するが、翌年 3 月 18 日には久留米藩主有馬頼徸(1714～1783)に仕えることになった。以後、有馬家の藩務を勤めながら算学研究と子弟教育に力を注ぎ、天明元年(1781)には名著『精要算法』を公刊した。同書は算学者の関心を集め数学研究の好書の評判を得るが、一方では、世に言う関流・最上流論争にあって論敵の会田安明が標的にした一書にもなった。

藤田貞資と子息嘉言および孫の貞升などの経歴は日本学士院が収蔵する『御当家出勤系譜』[3]で詳らかになる。この系譜から貞資の経歴を抽出することにするが、以下の引用では読み下し文にして示す。また、旧漢字は常用漢字に改めたが、文中の(　)は原文が割書きであること、「　」は朱書きよって訂正されていること、さらには棒線－は見え消しにされていることを表している。なお、難読漢字の振り仮名および句読点は筆者が付したものである。後出の史料や読み下し文も同様であることを前もってお断りする。

御当家出勤系譜

藤田　姓源　(紋処釘貫当時不用　替紋丸の内万字当時相用)

貞資――――――――――――――――――――――――――　藤田権平

6.『精要算法』と関流・最上流論争

天明元年(1781)12 月、東都北本所表町に住む和算家鈴木安旦が江戸の芝愛宕山に一枚の算額を奉納した。この時、鈴木が奉納した算額の問題は『神壁算法』下巻の「所懸于東都愛宕山者一十四事」に収録されている。ここにおいて鈴木が取り上げた問題はつぎのようなものであった[70]。問題と術文を現代文に翻訳して引用しておこう。

いま、金 2138 両 2 分永 133 文をもって米 2335 石 5 斗を買うとする。只云、初米(最初に買う米)より各回に買う米の量は 2 石 8 斗ずつ少なく、又云、初米より各回に買う米の価格は 1 石毎に価格を永 17 文[71]ずつ少なくする。別云、買う毎の 1 石あたりの価格の合計は 13 両 2 分永 150 文[72]とする。では、買う毎の米 1 石あたりの価格と石数は各いくらか。

答曰　(略)

術曰

言米×別言=甲

只云×又云×4200＋甲=乙

(乙－云金)只云＝丙

(云金 ^{2}×2 云米÷乙＋丙)÷2 云金=初石数

鈴木の術文は初石数の求め方を示しただけだったが、答では初米の石数から 15 米の石数とそれどれの代金が額面にびっしりと書き込まれていた。なかなか込み入った問題であるが、この問題と術文を検討された藤井康生氏によれば、解法は米を買う回数 n に関する 4 次方程式の整数解を求めることに帰結するが、術文は分かり難く、不適切と指摘している[73]。

鈴木安旦によるこの問題が、数学者の論評あるいは批判の対象になったことは言うまでもない。それを最初に指摘したのは和算家古川氏清(1758～1820)であった。古川による改術は、やはり『神壁算法』の「所懸于東都愛宕山者一十四事」に、天明 4 年(1784)正月の年紀をもって「鈴木氏自問自答一條之を閲するに予(注：古川のこと)の術と大に異る」とする評言と併せて収録されている[74]。

古川氏清は、字を珺璋、号を不休と称し、算学は中西流、久留島流、関流を修めて至誠賛化流という独自の一派を形成した大家であった。文化 13 年(1816)には勘定奉行の要職を勤めた直参の旗本でもある。ここでは深入りはしないが、古川と鈴木は昵懇の間柄であって数学者としてお互いの力を認め合う間柄でもあった[75]。

さらに、天明 5 年 3 月、再び鈴木安旦の問題は批判に晒されることになった。『神壁

　　　ゆえに、$y^2+2.5y-2.64=0$　より、$y=0.8$

（答）米相場　8 斗/両

補足　単純な単位の換算問題ではあるが、お金から物への相場と物からお金への相場の見方に、さらにお金の相場が絡むと、現代人にはかなり複雑に見える。よほど注意しないと混乱する。

問５

上米弐石四斗下米三石代金合四両也但上米より下米ハ金壱両ニ付三斗安し金壱両の上米何程と問

　　答曰金壱両ニ付上米壱石弐斗

術曰安き斗数を置代金をかけ一十二を得る別に置　上米石数と下米石数と合五石四斗内別ニ置たる　を減余四十二と成半レ之二十一を得る右に置　上米石数を置別に置たるをかけ二百八十八と成左ニ置　右に置たるを両方ニ置かけ合四百四十一を得る左に置たるを加へ七百二十九と成平方に開レ之二十七を得る右に置たるを加へ四十八と成代金を以割一石二斗を得る金壱両ニ付上米とす

題意

　上米 2.4 石と下米 3 石の代金は合わせて 4 両である。ただし上米より下米は金 1 両につき 0.3 石安い。金 1 両で買える上米の量を求めよ。

術文　安き斗数×代金 = 12 = 別　　上米石数+下米石数=54　　54 − 別 = 42

　　42 ÷ 2 = 21 = 右　上米石数×別=288=左　右 × 右 = 441　441 + 左 = 729

　　$\sqrt{729}=27$　27 + 右 = 48　　48 ÷ 代金 = 1.2　　金壱両の上米

解法

　1 両で、上米 x 石とする。下米は$x+0.3$ 石ゆえ、

$$\frac{2.4}{x}+\frac{3}{x+0.3}=4 \quad \therefore \quad x^2-1.05x-0.18=0 \quad \text{よって、} \quad x=1.2$$

（答）　上米相場　1.2 石/両

補足　問 6 までの二次方程式は皆 2 次の項の係数が 1 である。和算家も 2 次方程式の根の公式を知っていたが、平方完成による解法の練習のためにこのような配置をしたのであろう。すなわち、$x^2-1.05x-0.18=0$ から、$x^2-1.05x+\left(\frac{1.05}{2}\right)^2=0.18+\left(\frac{1.05}{2}\right)^2$

　ゆえに、$\left(x-\frac{1.05}{2}\right)^2=0.18+\left(\frac{1.05}{2}\right)^2=0.675^2$　よって、$x-\frac{1.05}{2}=\pm 0.675$

このような解義は明治になっても見受けられる。

問１７

今上下の絹あり合六拾壱疋此代銀合三貫八匁也但上壱疋より下壱疋ハ七匁安し各疋数を問但絹ハ疋ニ止リ代銀ハ匁ニ止リ不尽なし
　　答曰上絹五拾五疋　　下絹六疋
術曰安き七匁左とす　疋数六十一疋右とす　依二剰一術一左の段数三十五を得る代銀をかけ十万五千二百八十右数に満れは去レ之餘五十五疋を得る上疋数とす

題意

上下の絹が合わせて 61 疋、その代銀は 3 貫 8 匁（3008 匁）である。ただし上 1 疋より下 1 疋は 7 匁安い。それぞれ何疋かを求めよ。ただし、代銀、疋数ともに整数とする。

術文　安き 7 ＝左　疋数 61 ＝右　剰一術により、左段数 35 を得

$35 \times$ 代銀 $= 105280$　順次右数を減じて、余り 55　上疋数

解法　（『精要算法解義』による））

上絹を x 疋、1 疋に付を y 匁の値段とする。

題意より、$x \cdot y + (61 - x)(y - 7) = 3008$

これより、$7x + 61y = 3435$ を得て、

$7x - 61y = 1$　の特解の一つを求めれば、$x = 35,\ y = 4$

$35 \times 3008 = 105380 = 61 \times 1725 + 55$　よって、上絹は 55 疋。

上記の計算で、特解を $x = 96,\ y = 11$ としても、上絹 55 疋を得る。

（答）　上絹は 55 疋、下絹は 6 疋

補足　「疋」とは布 2 反を 1 疋とする数え方の単位。「反」は「端」と書くこともあり、布の長さを数える時の単位でもある。絹の場合は鯨尺（鯨尺 1 尺は曲尺の 1 尺 2 寸 5 分を）で幅 1 尺あるいは 9 寸 5 分で長さは 3 丈ないし 2 丈 8 尺を 1 反とした。天明の頃の絹の値段はおよそ、絹 1 疋≒米 1 石、米 1 石≒銀 50 匁 と考えれば、答の値段は妥当な価格と考えられる。

また、以下のようにも解答可能である。題意より、$7x + 61y = 3435$　これより、

$$1 < x = \frac{3435 - 61y}{7} = 490 - 8y + 5 \times \frac{1 - y}{7} < 61$$

よって、$7 < 3435 - 61y$ かつ、$3435 - 61y < 427$ かつ、$1 - y$ は 7 の倍数。
これを満たすのは $y = 50$　このとき、$x = 55$ を得る。

問１８

今甲乙の絹あり只云甲絹代銀より乙絹代銀ハ弐百四拾五匁多又云甲絹壱疋の代より乙絹壱疋の代ハ銀拾三匁安し別ニ云甲絹より乙絹ハ八疋多各何程と問但各疋数并壱疋の

厘を得る乙とす　惣銀を置乙をかけ倍レ之二十四ケ九分六厘　甲にて割九分九厘八毛四糸　是を以一ケを減餘一毛六糸と成平方に開レ之　四厘を得る是を以一ケを減餘九分六厘乙を以割六を得る人数とす

題意

銀 78 匁を何人かに、次第に 4 匁を減らして分配する。最初の人の取銀が 23 匁のとき、人数を求めよ。

術文　衰銀 $\div 2 +$ 始取銀 $= 25 =$ 甲　衰銀 $\div$ 甲 $= 0.16 =$ 乙　惣銀 $\times$ 乙 $\times 2 = 24.96$

$24.96 \div$ 甲 $= 0.9984$　　$1 - 0.9984 = 0.0016$　$\sqrt{0.0016} = 0.04$

$(1 - 0.04) \div$ 乙 $= 6$　人数

解法

$$\text{人数を}n\text{人とおけば、}\quad \frac{n\{2 \times 23 - 4(n-1)\}}{2} = 78,$$

$$\text{よって、}(2n-13)(n-6) = 0 \quad \therefore\ n = 6$$

(答)　6 人

補足　垜術に関するここの問題配列は「雑題」の部であるからか、問 14・問 15 と問 16 では易から難への配慮に欠けたものとなっている。何らかの意図があるのか疑問。

問 17

惣金百六拾五両あり是を分る人数をしらす上より次第に九両衰リ也上の人取金十分の一を末の人の取金とす人数何程と問

答曰六人

術曰分母子相併て一十一を得る衰リ金をかけ九十九と成法とす　分母の内分子を減餘九と成是に惣金をかけ八をかけ一万一千八百八十を得る法にて割一百二十と成一ケを加へ平方に開レ之一十一を得る一ケを加へ一十二と成半レ之六を得る人数とす

題意

金 165 両を何人かに次第に 9 両を減らして分配する。最初の人の取金の 10 分の 1 が最後の人の取金とするとき、人数を求めよ。

術文　分母 $+$ 分子 $= 11$　$11 \times$ 衰金 $= 99 =$ 法　分母 $-$ 分子 $= 9$

$9 \times$ 惣金 $\times 8 = 11880$　$11880 \div$ 法 $= 120$　$\sqrt{120 + 1} + 1 = 12$

$12 \div 2 = 6$　人数

解法

人数を n 人とし、上の取金を a 両とすれば、

の中に、こういう風に出し入れしたとして解答することが示されている。このようなあいまいさを伴った問題文の記述は多くの和算書に見られる。これは和算の不完全な一端である。

また、この問題は特殊である。一見条件過多で病題と見なされそうな問題である。しかし、①，②，③，④ の何れの三式からも同じ結果を得る。つまり、答を得るだけなら、いずれか三式のみでよいが、残る条件式も満たす必要がある。これはかなり厳しい条件となるが、日常ではこのようなことも十分起こりうる。

問 34

今箱を作り米を入るあり只云縦横の差一尺四寸七分又云横と深と合六尺九寸三分米至て多く入る積リ也各何程と問

答曰　　横四尺四寸壱分　　縦五尺八寸八分

　　　　深二尺五寸弐分　　容米拾石八升

術曰列二又云数一内減二只云数一餘五十四寸六寄レ位列二只云数一乗二又云数一三レ之加二寄レ位冪一得二六千〇三十七寸二九一平方開レ之得二七十七寸七一加レ寄レ位得数三一二帰之一四十四寸一分為二横寸一合レ問

題意

今箱を作り米を入れる。縦横の差は 1 尺 4 寸 7 分。横と深さと合わせて 6 尺 9 寸 3 分。米をできるだけ多く入れるには縦横深さをいくらに取ればよいか求めよ。

術文　又云数 − 只云数 = 54.6 = 寄位　只云数 × 又云数 × 3 + 寄位^2 = 6037.29

$\sqrt{6037.29} = 77.7$　$(77.7 + \text{寄位}) \div 3 = 44.1$　横寸

解法

箱の横をxとおけば、縦 $x + 1.47$，深 $6.93 - x$ となる。

ゆえに、体積は $V = x(x + 1.47)(6.93 - x)$ となるから、

微分して　$V' = 10.1871 + 10.92x - 3x^2$

V' は $x = 4.41$ のときき、正から負に転ずる。よって、この時最大となる。

(答)　横　44.1 寸　縦　58.8 寸　深さ　25.2 寸　容量　1008 升

補足　和算では最大最小を求める解法のことを「極数術」とよんだ。その手順は「適尽諸級法」による。形式的には現在の整関数の微分法と変りはない。詳細は専門書を参照してほしい。また、この問題には升法についての記載がないが、問 31 などと同様に、今升として当時通用していた 64.827 立方寸を用いた。